Globethics Repository



O projeto newtoniano de matematização da natureza [The Newtonian project mathematization of nature]

This page was generated automatically upon download from the Globethics Repository. More information on Globethics see https://www.globethics.net. Data and content policy of Globethics Repository see https://repository.globethics.net/pages/policy.

Item Type	Article
Authors	Bahr Calazans, Veronica Ferreira
Publisher	UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora
Rights	With permission of the license/copyright holder
Download date	2026-11-08 21:03:15
Link to Item	http://hdl.handle.net/20.500.12424/234317

É: Revista Ética e Filosofia Política

Número XVII – Volume I – agosto de 2014
www.ufjf.br/eticaefilosofia

O PROJETO NEWTONIANO DE MATEMATIZAÇÃO DA NATUREZA: UMA RESPOSTA ÀS EXPLICAÇÕES QUALITATIVAS DE DESCARTES?

LE PROJETNEWTONIEN DE MATHÉMATISATION DE LA NATURE: UNERÉPONSE AUX EXPLICATIONS QUALITATIVES DE DESCARTES?

Veronica Ferreira Bahr Calazans[1]

Resumo: O projeto de matematizar a natureza exerceu, na ciência da modernidade, um papel fundamental. Isaac Newton ficou conhecido por conceber um sistema de explicação de mundo essencialmente matemático, contrapondo-se a explicações mecânicas qualitativas, como as de René Descartes. Entretanto, a mecânica cartesiana não estava desvinculada de um projeto de matematização do mundo físico. O que difere um projeto do outro e, por conseguinte, seus respectivos resultados são as diferentes concepções da matemática e do modo como ela deve ser aplicada no conhecimento da natureza. Este texto propõe-se a investigar as diferenças entre os dois projetos de matematização da natureza, estabelecendo um paralelo entre as duas concepções de matemática que fundamentam os respectivos projetos.

Palavras-chave: Newton, Descartes, Matematização, Natureza e Mecânica

Résumé: Le projet de mathématiserlanature a exercé, danslascience de lamodernité, unrôlefondamental. Isaac Newton a étéréputépourconcevoirunsystème d'explicationdu monde essentiellementmathématique, ens'opposentauxexplicationsmécaniquesqualitatives, commecelles de René Descartes. Cependant, lamécaniquecartésienne n'étaitpasdétaché d'unprojet de mathématisationdu monde physique. Cequidiffèreunprojet de l'autre et, ainsi, leursrésultats, sontlesdifférentsconceptions de lamathématique e de lafaçon de l'appliquerdanslaspéculation de lanature. Cetextepropose une enquête à proposdesdifférences entre ledeuxprojets de mathématisation de lanature, enétablissantunétudecomparatif entre lesdeuxconceptions de mathématiquequijustifientleursprojets.

Mots-Clés: Newton, Descartes, Mathématisation, Nature et Mécanique

[1] Professora Substituta na Universidade Federal do Paraná – Departamento de Filosofia

A história da ciência, tomada em suas afirmações mais superficiais, é hábil em caracterizar Isaac Newton como o primeiro a oferecer um sistema de explicações mecânicas pautadas por um consistente projeto de matematização da natureza. Com um pouco mais de esforço, não é difícil encontrar quem afirme que também Descartes, anteriormente, se propôs a fundar um projeto semelhante, mas que, no entanto, acabou recaindo em explicações qualitativas da natureza. Entretanto, um estudo mais aprofundado mostra que se trata de dois projetos diferentes de matematização do mundo físico. Avaliar os frutos de um pelos propósitos de outro seria, evidentemente, pecar por anacronismo. Assim, faz-se necessário distinguir os propósitos desses projetos, a fim de que cada um seja avaliado com relação à sua própria concepção de matemática e, por conseguinte, de aplicabilidade da matemática à natureza.

Descrita desse modo, essa tarefa parece não apenas necessária, mas evidente. Porém, embora ela possa ser cumprida no que diz respeito ao projeto cartesiano, Newton, por sua vez, não nos oferece uma descrição completa e detalhada de seu projeto. Nesse caso, é preciso filtrar os pronunciamentos dispersos em sua obra e, ainda mais importante, interrogar sua prática matemática, recolhendo os elementos que fornecerão a coerência necessária para caracterizar o que ele entende por matematização da natureza. Nessa perspectiva, o projeto de Descartes torna-se um parâmetro a partir do qual se pode fazer uma comparação, na medida em que Newton extrai, da crítica ao projeto cartesiano, as características mais relevantes de seu próprio projeto.

A matemática cartesiana como modelo metodológico

Descrever o papel da matemática no pensamento cartesiano é uma tarefa que possui, inegavelmente, duas vias. A consagrada afirmação de que a matemática se oferece como modelo metodológico para as demais disciplinas do conhecimento humano não exclui a necessidade de que, ela própria, seja considerada uma entre essas disciplinas. Nesse contexto, o conceito de *mathesisuniversalis* desempenha um papel fundamental. Definida como a "ciência geral que explica tudo quanto se pode procurar referente à ordem e à medida, sem as aplicar a uma matéria especial" (Descartes. 1999.[1628], p. 27), ela é caracterizada como uma ciência das relações quantitativas sem que seja aplicada a este ou aquele objeto especificamente, como ocorre nas ciências das quantidades particulares. Ou seja, ela

distingue-se do que Descartes chama de matemáticas comuns por ser a fonte de todas as ciências matemáticas e, por isso, ser anterior e mais fundamental em relação às demais. Ao expor essa relação entre a *mathesisuniversalis* e as matemáticas comuns, pretendo tornar mais compreensível em que sentido a matemática se oferece como modelo metodológico para as demais ciências e, por outro lado, como ela própria se caracteriza como disciplina.

As *Regras para a Orientação do Espírito* (1628) concentram o que se pode chamar de uma "teoria do método", cujo objetivo é exposto logo na primeira regra: "Os estudos devem ter por meta dar ao espírito uma direção que lhe permita formular juízos sólidos e verdadeiros sobre tudo que se lhe apresenta" (Descartes, 1999, p. 1). Desse modo, o método é a *direção* que possibilita à razão atingir sua pretensão. Essa *direção* é una como a própria razão; enquanto que os objetos que se apresentam a ela guardam sua multiplicidade. Segundo Descartes, os homens fazem uma aproximação errônea entre as ciências (que dependem apenas de conhecimento intelectual) e as artes (que exigem algum esforço do corpo). No caso das últimas, é preferível dedicar-se a uma delas de cada vez, pois o desenvolvimento de uma segunda arte pode implicar a necessidade de habilidades que atrapalhem a primeira. Seguindo o exemplo do texto, o cultivo da terra e o aprendizado da cítara exigem habilidades manuais incompatíveis. Entretanto, não é este o caso das ciências. Já que todas elas fazem parte da sabedoria humana, o estudo de uma contribui para o aprendizado das outras, não obstante a multiplicidade dos seus objetos. Descartes apresenta assim seu argumento: se todas as ciências nada mais são do que sabedoria humana; se a sabedoria humana permanece uma e a mesma, seja qual for a diferença dos assuntos aos quais ela é aplicada; e, se ela não confere mais distinções aos assuntos aos quais ela é aplicada do que a luz do sol confere às coisas que ilumina; então, "não é necessário impor ao espírito nenhum limite" (Descartes, 1999, p. 2) . Com isso, ficam estabelecidos dois elementos básicos necessariamente interligados: a unidade da razão e sua ausência de limites. Pelo que foi dito, a fim de procurar seriamente a verdade, não se deve escolher uma ciência em particular; todas elas estão ligadas e dependem umas das outras. Assim, a possibilidade de se estabelecer um método único aplicável a todas as ciências constitui o fruto metodológico mais importante desse percurso.

Entretanto, se a razão, como apresentada nas *Regulae*, é desprovida de limites, os objetos do conhecimento, por outro lado, devem ter seu escopo cuidadosamente delimitado, o que Descartes faz através da definição de ciência. Na Regra II, a ciência é definida como "um conhecimento certo e evidente" (Descartes, 1999, p. 5). Essa definição limita o domínio dos

objetos a serem tomados na investigação da verdade; eles devem ser apenas "aqueles que os nossos espíritos parecem ser suficientes para conhecer de uma maneira certa e indubitável" (*idem*). Então, a razão ilumina seus objetos segundo critérios que ela própria estabelece, dos quais o primeiro é justamente este: desprezar os objetos que não podem ser conhecidos com clareza e distinção[2].

É exatamente no que se refere à clareza e distinção que a matemática se coloca à frente como exemplo de conhecimento certo e seguro. "A aritmética e a geometria são as únicas [disciplinas conhecidas] isentas de qualquer defeito de falsidade ou de incerteza" (Descartes, 1999, p. 8), ou seja, são as únicas que cumprem o requisito aqui estabelecido. Nas demais ciências, por outro lado, vê-se que seus estudiosos não conseguem entrar em acordo mesmo quando se trata de questões corriqueiras. O motivo para isso está nos objetos das matemáticas; eles são puros e simples, isto é, dispensam suposições da experiência sendo, então, suas consequências deduzidas racionalmente. Isso não quer dizer que a razão não possa atingir os objetos cujo conhecimento depende da via da experiência, mas que, mesmo nesse caso, "não se deve ocupar-se com nenhum objeto sobre o qual não se possa ter uma certeza tão grande quanto aquela das demonstrações da aritmética e da geometria" (Descartes, 1999, p. 10). Assim, essa regra confere ao método a possibilidade de se ampliar o domínio do conhecimento para além das disciplinas matemáticas, contanto que se respeite o critério exposto pela regra. Em outras palavras, para lograr esse êxito, o método deve excluir do campo da ciência aquilo que é apenas provável e o que não é certo e evidente.

Além disso, é preciso traçar a diferença entre aprender a história de uma ciência e aprender a própria ciência. Segundo Descartes, há vantagens em se dedicar à leitura das obras dos antigos, pois nelas se podem conhecer as invenções já feitas com sucesso e descobrir o que ainda falta para ser encontrado nas disciplinas. Entretanto, pode-se contrair o que ele chama de "manchas de erro". Os escritores utilizam argumentos para atrair seus leitores e fazê-los acreditar naquilo que eles mesmos acreditam sem que tenham passado por uma reflexão consistente. Mesmo quando mostram algo que é certo e evidente, fazem-no em meio a rodeios desnecessários. Adquirir o ensinamento dessa forma (por meio das obras dos antigos), ainda que estivesse correto, não é adquirir *ciência*, mas apenas *história*.

[2]Esse é um tema tratado à exaustão pelos comentadores das *Regulae*: a inversão do foco do conhecimento. O foco deixa de ser a multiplicidade dos objetos a serem conhecidos e converte-se na razão una que os conhece. Para mais detalhes ver Marion (1997 [1975]).

Então, prossegue Descartes, se queremos fazer algum juízo sobre a verdade das coisas, não devemos mesclar absolutamente nenhuma conjectura. Há somente dois atos do entendimento que nos permitem alcançar o conhecimento das coisas sem engano: a intuição e a dedução. Esta última é definida como "toda conclusão necessária tirada de outras coisas conhecidas com certeza" (Descartes, 1999, p. 15). Todavia, cabe ainda expor o que Descartes entende por intuição:

> Por intuição entendo não a confiança instável dada pelos sentidos ou o juízo enganador de uma imaginação com más construções, mas o conceito que a inteligência pura e atenta forma, sem dúvida possível, conceito que nasce apenas da luz da razão e cuja certeza é maior, por causa de sua maior simplicidade, do que a da própria dedução (...) (Descartes, 1999, p. 13-14).

A intuição é, portanto, uma evidência atual que fornece os primeiros princípios numa cadeia de conhecimento. As conclusões que são retiradas desses princípios são fruto de um movimento, de uma sucessão: a dedução. O método, entendido assim, não é uma composição dessas duas operações intelectuais. Visto que elas são as primeiras e mais simples operações, elas precedem o método, pois nem os preceitos desse método poderiam ser compreendidos sem que o entendimento fizesse uso delas. O papel do método é fornecer as regras de utilização dessas operações. Se a intuição e a dedução forem executadas corretamente, produzirão exclusivamente aquele "conhecimento certo e indubitável" requerido na Regra II. Isso quer dizer que, ao definir a intuição e a dedução como as operações do conhecimento, Descartes está redefinindo o domínio do conhecimento não mais do ponto de vista dos objetos, mas do ponto de vista do sujeito.

Finalmente, a Regra IV encerra esse conjunto de regras preliminares, afirmando a necessidade do método: "O método é necessário para a busca da verdade" (Descartes, 1999, p. 11). Descartes afirma que a maior parte dos estudiosos, nas mais diversas áreas, procura a verdade às cegas, de modo aleatório, como quem quer encontrar um tesouro e vagueia sem rumo procurando. Às vezes alguns deles têm sucesso, não por possuírem uma habilidade especial, mas por pura sorte. Assim agindo, eles obscurecem a luz da razão, pois se acostumam a estudar sem ordem e produzir "meditações confusas". Por isso, seria preferível não buscar o conhecimento a buscá-lo sem método.

Porém, até esse ponto, Descartes não apresentou nenhuma definição do que seja esse método cuja importância e necessidade são tão categoricamente afirmadas. É o que ele faz a seguir, caracterizando o método como um conjunto de regras que devem ser certas e fáceis.

Qualquer um que observe essas regras com exatidão deve ser capaz de colher dois proveitos: jamais tomar algo que é falso por verdadeiro e alcançar o "verdadeiro conhecimento de tudo quanto for capaz de conhecer" através de um processo gradual e contínuo e sem "despender inutilmente nenhum esforço de inteligência" (Descartes, 1999, p. 20). A primeira parte (não tomar o falso por verdadeiro) é garantida pela intuição e a segunda (alcançar o conhecimento verdadeiro de tudo) pela dedução.

Tendo definido o que ele entende por método, Descartes passa a considerar os antecedentes históricos desse método. Tais antecedentes, porém, não devem ser tomados como um reconhecimento de que outros, antes dele, tivessem desenvolvido os princípios de um método que Descartes levou a termo. Muito longe disso, Descartes toma para si a autoria do método e afirma que, durante a história que o precedeu, alguns perceberam a utilidade desse método como um fruto espontâneo da inteligência humana: "Isso porque a inteligência humana tem não sei quê de divino, onde as primeiras sementes de pensamentos úteis foram lançadas de tal modo que, em geral, por mais desprezadas e por mais sufocadas que sejam por estudos mal feitos, produzem um fruto espontâneo" (Descartes, 1999, p. 21).

O exemplo que Descartes utiliza para apoiar sua tese é de suma importância para a compreensão dos fundamentos matemáticos desse método, pois é retirado das "mais fáceis das ciências, a aritmética e a geometria" (Descartes, 1999, p. 21). Os geômetras antigos dominavam uma "espécie de análise" que podia ser estendida à solução de todos os problemas. Entretanto, não deixaram que a posteridade a ela tivesse acesso. O procedimento analítico dos antigos figura, então, entre aquelas "primeiras sementes de pensamentos úteis" que foram sufocadas. Outro exemplo, este mais recente, é a álgebra, que permite que "se faça com os números o que os antigos faziam com as figuras". Os dois exemplos são retirados das matemáticas pois, sendo seus objetos mais simples, seus estudiosos teriam alcançado maior êxito. O propósito de Descartes, no entanto, que começa a tomar forma no texto, é o de dar consistência a estas conquistas e estendê-las a assuntos mais complexos:

> (...) e não me espanto que seja nessas artes, cujos objetos são muito simples, que eles cresceram até agora com mais felicidade do que nas outras, em que maiores obstáculos comumente os sufocam, mas em que, não obstante, tomando um cuidado extremo em cultivá-los, nós os faremos infalivelmente alcançar uma perfeita maturidade (Descartes, 1999, p. 22).

Alcançar a maturidade no que diz respeito àquelas ciências cujos objetos são mais complexos que os objetos matemáticos (a mecânica, entre elas)é, de certo modo, o projeto das

Regulae. A aritmética e a geometria servem de modelo para essa empreita que poderia ser resumida na tarefa de conferir inteligibilidade e revelar o significado epistemológico daquelas conquistas alcançadas pelas matemáticas e estendê-las às demais ciências. É preciso ainda discutir de que modo as matemáticas devem exercer esse papel de padrão epistêmico para as demais e, como consequência disso, expor as razões da opção de Descartes pelo método de análise, em detrimento do método sintético.

Lê-se na Regra II que "a Aritmética e a Geometria são as únicas disciplinas isentas de qualquer defeito de falsidade ou de incerteza". Essa afirmação pode parecer, a uma primeira leitura, a corroboração da tese, anunciada acima, de que a matemática fornece o modelo metodológico para as ciências. De certa forma é assim, mas são necessárias algumas distinções. Descartes opta por admitir entre os objetos da ciência apenas aqueles que possam ser conhecidos de modo certo e indubitável. O objeto da matemática cumpre esse requisito por ser tão puro e simples a ponto de dispensar as suposições cuja certeza é abalada pela experiência. Por isso, não há como se enganar na Aritmética e na Geometria: elas são inteiramente compostas de consequências deduzidas racionalmente, sem qualquer interferência da experiência. Assim, se o objeto de uma pretensa ciência não fornece a possibilidade de uma certeza tão grande quanto a daqueles cujas propriedades e relações são suscetíveis de demonstrações matemáticas, não se deve ocupar-se dele.

Entretanto, adiante Descartes observa:

> Alguns deles (mortais possuídos por uma curiosidade cega) são como um homem que arderia de um desejo tão estúpido de encontrar um tesouro que ficaria incessantemente vagueando por praças públicas para procurar se, por acaso, não encontrasse algum perdido por um viajante. É assim que estudam quase todos os Químicos, a maior parte dos Geômetras e grande número dos filósofos (Descartes, 1999, p. 19).

Como pode que o geômetra, dedicando-se a uma ciência cujo objeto possibilita tamanha clareza, vagueie sem método em seus estudos? É possível porque, embora a Aritmética e a Geometria sejam modelos de certeza, nem sempre a clareza e a exatidão de uma demonstração trazem consigo um bom método. Descartes desvincula esses dois aspectos.

Portanto, não será qualquer uso das matemáticas que poderá servir como instancia exemplar do padrão metodológico visado por Descartes, ainda que todos os casos sejam igualmente isentos da falsidade e da incerteza. É preciso considerar, aqui, a distinção entre as matemáticas comuns e a verdadeira matemática, chamada de *mathesisuniversalis*. Ela fica

ainda mais clara na afirmação de que as Regras não têm como propósito "resolver os vãos problemas que servem normalmente de jogo para os Calculadores ou para os Geômetras em seus lazeres" (Descartes, 1999, p. 22). O que se diz dos problemas é que eles são vãos; não se põe em cheque a certeza dos seus resultados ou a clareza dos seus objetos. Descartes, em seguida, acrescenta que tratará de figuras e números "porque não se pode pedir a nenhuma das outras disciplinas exemplos tão evidentes e tão certos" (Descartes, 1999, p. 22). Ainda assim, tudo isso se refere às matemáticas comuns. Elas são as vestes, e não as partes, da *mathesisuniversalis*. As matemáticas comuns são as vestes porque seus objetos são simples e fazem com que a*mathesisuniversalis* apresente-se de modo mais adaptado ao espírito humano. Porém, elas não podem ser partes dessa disciplina porque deixaram que se perdesse justamente o procedimento que faz da*mathesisuniversalis* o modelo metodológico: a análise. "Essa disciplina deve, de fato, conter os primeiros rudimentos da razão humana e estender sua ação até fazer jorrar as verdades de qualquer assunto que seja" (Descartes, 1999, p. 23). Estender sua ação é o mesmo que emprestar o método. Ela é a fonte das demais disciplinas, na medida em que, nela, todas encontram o modelo segundo o qual devem proceder.

Quanto às matemáticas comuns, visto que são as "mais fáceis das ciências", sua história mostra que alguns antigos já haviam percebido a utilidade desse método, o que se deixa transparecer na espécie de análise que os geômetras utilizaram, de modo a estendê-la à solução de todos os problemas. Todavia, segundo Descartes, essa análise não foi preservada. Por outro lado, embora as matemáticas comuns estejam plenas de sequências que evidenciam consequências rigorosas, a demonstração da solução de um problema, por mais certeza que carregue, não mostra, necessariamente, porque é assim e como se chega a ela. O estudo dessas disciplinas, feito desse modo, é fútil, pois não ensina o entendimento a resolver outros problemas e, em alguma medida, faz com que se perca o hábito de utilizar a razão. A *mathesisuniversalis* é analítica – condição para que possa servir como modelo metodológico. Já as matemáticas comuns, embora sejam exemplos de verdade e clareza, são incapazes de converterem-se em qualquer tipo de orientação metodológica, visto que são sintéticas, isto é, por limitam-se às demonstrações ou provas das descobertas feitas anteriormente na análise.

Descartes reconhece, não propriamente as fontes, mas traços da *mathesisuniversalis*, ou melhor, do método que a define, entre os antigos geômetras gregos ou inseridos na tradição dos gregos.

> E, por certo, parece-me que alguns traços dessa verdadeira matemática ainda aparecem em Pappus e em Diofanto, que, sem serem dos primeiros anos, viveram, porém, numerosos séculos antes do nosso tempo. Quanto a ela, eu acreditaria de bom grado que, mais tarde, os próprios autores a fizeram desaparecer com uma espécie de ardil censurável. (...) e preferiram, para fazer-se admirar, apresentar-nos, em seu lugar, algumas verdades estéreis demonstradas com um sutil rigor lógico como efeitos de sua arte (...) Houve, por fim, alguns homens muito engenhosos que se esforçaram em nosso século para ressuscitar a mesma arte, pois aquela que é designada pelo nome bárbaro de álgebra não parece ser outra coisa (...) (Descartes, 1999, p. 26)

Em linhas gerais, diz-se que a análise distingue-se por ser um método que procede "de trás para frente" ou "contra a corrente", pois parte da solução do problema, considerado inicialmente como resolvido, para chegar ao que já era conhecido (ver introdução a este capítulo). Geralmente, a análise vem acompanhada de uma etapa complementar: a síntese, que faz o caminho inverso, ou seja, é posterior à etapa inventivo-resolutiva (análise). A síntese é, portanto, um procedimento de prova – que serve para mostrar que o elemento encontrado pela análise efetivamente soluciona o problema – e não um procedimento propriamente de descoberta.

Entre os geômetras antigos, o procedimento de análise era amplamente utilizado como uma das etapas da resolução de problemas de ordem geométrica. Entretanto, a grande maioria deles não faz constar essa etapa na redação final dos seus escritos. Apolônio e até mesmo Euclides – cuja obra (*Elementos*) é tida como o grande modelo de exposição sintética – assumem a existência de uma etapa analítica que precede a exposição sintética, mas que, no entanto, é suprimida. Progressivamente, a síntese passa a ser considerada isoladamente como o sistema axiomático de uma disciplina, sem qualquer dependência ou relação explícita com uma etapa analítica prévia. Pappus, ao contrário, não apenas preserva a parte analítica da resolução dos problemas, como fornece a descrição mais completa do método de análise a que os matemáticos do séc. XVII tiveram acesso. Por essa razão, ele é citado por Descartes como representante da análise dos antigos, no que diz respeito ao seu alcance geométrico. Diofanto, igualmente citado por Descartes, utiliza o procedimento de análise aplicado, porém, às quantidades algébricas. Por isso, ele pode ser considerado um "pré-algebrista" ou um precursor da álgebra dos modernos. Sua contribuição mais significativa para os fundamentos da álgebra está na introdução das noções de "quantidade desconhecida" e de "equações" tomadas como uma relação entre o que é dado e o que é preciso determinar.

No entanto, ao mencionar os homens do "nosso século", Descartes refere-se aos algebristas modernos, responsáveis pelo desenvolvimento dessa ciência cujos primeiros fundamentos aparecem em Diofanto. Destaca-se, entre eles, Viète, considerado o fundador da álgebra e que se autodeclara continuador da tradição dos praticantes do método de análise. Viète escreveu um breve texto intitulado *In artemanalyticamisagoge* (1591),em que ele apresenta como objetivo estabelecer uma relação entre o método de análise apresentado por Pappus (relativo às grandezas geométricas) e o método de Diofanto (que trata das grandezas algébricas). Essa "arte analítica" possui duas características principais: a formulação de uma noção mais clara de equação e a recuperação e reavaliação da estrutura do método de análise dos geômetras antigos. Parece haver um consenso, levando-se em conta as posições tanto de Viète quanto de Descartes, sobre o papel do procedimento analítico dos geômetras antigos na gênese metodológica da álgebra dos modernos. Com efeito, a álgebra não acrescenta nada ao método de análise propriamente dito; porém, amplia-lhe o escopo, permitindo que ele seja aplicável aos cálculos algébricos.

Via de regra, o passo inicial de qualquer procedimento analítico de resolução de problemas é supor o problema resolvido. Com efeito, não se trata de um simples expediente de ordem retórica, pois esse passo permite que a análise utilize o elemento pedido (no enunciado do problema) no exame das relações que integram a complexidade do problema. O propósito da análise é o de estabelecer relações entre todos os possíveis elementos do problema, sejam eles fornecidos ou procurados, até que se encontre uma relação que não dependa da suposição inicial (de que o problema já está resolvido) para, então, determinar o desconhecido em função do conhecido (ver a solução de Descartes ao problema de Pappus, a seguir). A novidade que o método cartesiano de análise pretende trazer é a de fornecer um procedimento que permita, a qualquer um que o siga corretamente, desmembrar a complexidade do problema e ordenar sistematicamente as relações entre seus elementos, a fim de encontrar o que é procurado. Pode-se resumir assim o propósito da *mathesisuniversalis* exposta por Descartes nas *Regras* como uma ciência que se caracteriza, principalmente, por seu método analítico.

Para fornecer uma definição mais precisa da *mathesisuniversalis*, Descartes utiliza-se da seguinte questão: o que precisamente se entende por matemática? Em outras palavras, por que a astronomia, a música, a óptica, a mecânica e tantas outras se dizem partes das matemáticas? O que há em comum entre todas elas e as faz reconhecidamente matemáticas é

o fato de que, nelas, se examinam a ordem e a medida de seus objetos. Esse ponto em comum é que deve ser a base de uma ciência que se pretende geral a ponto de abarcar todas as demais. Daí a definição da *mathesisuniversalis*como aquela "ciência geral que explica tudo quanto se pode procurar referente à ordem e a medida, sem as aplicar a uma matéria especial" (Descartes, 1999, p. 27).

O cerne da *mathesisuniversalis*, a ordem e a medida, não é tomado de empréstimo, segundo o que pudemos ver acima, das matemáticas comuns (pois elas não constituem um modelo metodológico, mas apenas de certeza e precisão). Ele vem, isto sim, da constatação do elemento mais geral e comum a todas as disciplinas que se pretendem matemáticas. Por isso, a *mathesisuniversalis* estende-se a todas elas contanto que se dominem as regras de sua operacionalização. Não por acaso, a Regra V apresenta a seguinte definição para o método: "O método todo consiste na ordem e na organização dos objetos sobre os quais se deve fazer incidir a penetração da inteligência para descobrir alguma verdade" (Descartes. 1999. p.29). Vê-se, então, que a *mathesisuniversalis* é definida por seu método, e não poderia ser diferente, pois ela nada mais é que um conjunto de procedimentos metodológicos inspirados no potencial heurístico sui generis típico das matemáticas. É justamente a partir da Regra V que Descartes passa a fornecer uma "teoria do método" propriamente dita. O comentário que se segue ao enunciado da regra é curto, porém enfático ao destacar o caráter absoluto do método e a extrema importância que lhe deve ser atribuída:

> Nós lhe ficaremos ciosamente fieis [ao método], se reduzirmos gradualmente as proposições complicadas e obscuras a proposições mais simples, e, em seguida, se, partindo da intuição daquelas que são as mais simples de todas, procurarmos elevar-nos pelas mesmas etapas ao conhecimento de todas as outras. (Descartes, 1999, p. 29).

Para descobrir algo de verdadeiro, é preciso ordenar e dispor os objetos: eis o resumo do método. Ordenar significa operar uma redução das proposições complicadas às mais simples e, em seguida, proceder uma elevação das mais simples, percorrendo os mesmos passos, até as mais complexas. A nova complexidade que surge daí está, então, reconstituída e totalmente compreendida. Esse procedimento, portanto, não está restrito ao caráter analítico, pois contempla uma parte sintética: aquela que vai do simples ao complexo. Diante disso, como se pode conciliar a parte sintética assumida pela Regra V e aquela crítica ao procedimento sintético exposta anteriormente? Descartes não nega ao procedimento sintético suas características de clareza e precisão. Entretanto, tal procedimento não acrescenta nada

àquilo que já é conhecido, apenas serve como prova do que já se sabe. Nesse sentido, é a etapa analítica do método que se presta propriamente à solução do problema considerado, pois tem como finalidade encontrar os elementos desconhecidos mais simples desse problema. A etapa sintética retorna à complexidade já conhecida, a fim de ordená-la, mas com isso não produz nenhum conhecimento novo.

A Regra VI acrescenta à descrição dessas duas etapas do método a noção de disposição dos objetos em forma de séries, fornecendo os meios para que se possam submeter ao método ordens mais complexas, nos termos do texto, ordens obscuras e intrincadas. Isso porque nem sempre o problema possui um grau de facilidade tal que sua ordem seja por si evidente. Segundo Descartes, a disposição dos objetos em séries é, ao mesmo tempo, a grande utilidade e o segredo do método.

O método, considerado assim, não nos autoriza o acesso direto à natureza de cada coisa a fim de encerrá-las em categorias ou, nas palavras de Descartes, "gêneros de ser", pois ele é relação entre coisas. Ao deduzir um objeto desconhecido de outro já conhecido, não se chega a um novo gênero de ser, pois, para que haja qualquer tipo de comparação, um objeto deve participar de algum modo da natureza do outro. Mas, a fim de melhor caracterizar o conhecimento como um processo de comparação, é necessário estabelecer uma diferença entre as comparações simples e as outras (complexas). As primeiras são aquelas em que o que se procura e o que é fornecido participam de modo idêntico de uma certa natureza. Nesse caso, praticamente não resta ao espírito nenhuma operação. Porém, pode ocorrer que a natureza comum, requisito para a comparação entre os objetos, não se encontre de maneira idêntica em ambos, mas seguindo relações ou proporções. A tarefa do espírito, então, é transformar essas proporções de maneira a evidenciar o que há em comum entre o que se procura e o conhecido. "Quase toda a indústria da razão humana consiste em preparar essa operação" (Regra XIV).

As regras iniciais, ao fornecerem as bases epistemológicas para a metodologia, garantem a possibilidade de se estabelecer um método único aplicável a todas as ciências. Nisto se resume o grande projeto da *mathesisuniversalis*, uma ciência geral que pretende investigar a ordem e a medida qualquer que seja o objeto considerado. A realização desse projeto no campo das matemáticas é tida como certa e imediata, já que seus objetos são os mais simples de todos. Entretanto, como vimos, Descartes confere ao método a possibilidade de se ampliar o domínio do conhecimento para além das disciplinas matemáticas.

Portanto, o projeto da *mathesisuniversalis*, de certo modo, antecipa o que será a prática matemática de Descartes em sua maturidade. O caráter metodológico dessa ciência não deixa dúvidas quanto à sua opção pelo método analítico; uma opção que, no que se refere às ciências matemáticas, será consolidada por Descartes em sua obra *Geometria*. Ou seja, pode-se dizer que o primeiro passo da aplicação do método ou, em outras palavras, da realização do projeto da *mathesisuniversalis*, é dado no âmbito das matemáticas[3]. A *Geometria* (1637) tem como objetivo traduzir propriedades geométricas em operações algébricas. A realização desse programa promove uma unificação ordenada dos domínios matemáticos, ou seja, promove entre as matemáticas, cujos objetos são os mais simples, aquilo que a *mathesisuniversalis* pretende estender para todas as ciências.

A ontologia cartesiana dos objetos matemáticos

Ao considerarmos a diferença entre o que Descartes chama de verdadeiras matemáticas, ou seja, a matemática que serve como modelo metodológico e as matemáticas comuns, algumas questões se impõem quando o que se quer investigar é o projeto de matematização da natureza em questão. A primeira delas diz respeito à relação que se estabelece entre a *mathesisuniversalis* e a *Geometria*. Será que podemos afirmar que ambas constituem o mesmo programa? Segundo Jullien (1996, p. 35-51), a resposta é não. A primeira pretende, como vimos, estabelecer uma ciência universal, através de um método universal. A segunda unifica dois domínios até então distintos das matemáticas. Entretanto, essa resposta negativa parece assinalar não uma contradição entre esses dois projetos, mas, isso sim, uma diferença de escopo. Pois, se por um lado, como diria Vuillemin (1987, p. 10), "a invenção da geometria analítica parece secundária em comparação com a invenção de um método universal de pensamento", essa geometria compartilha com o método em questão um núcleo comum e essencial: a teoria das proporções.

A *mathesisuniversalis*, conforme vimos anteriormente, como ciência das relações quantitativas, pretende unificar todas as ciências das quantidades particulares. Das matemáticas, ela toma certos "tesouros metodológicos"[4]: são inúmeros os exemplos tomados

[3]Segundo Jullien (1996, p.36), "A constituição de um domínio unificado e ordenado dos diversos ramos das matemáticas é, todavia, um objetivo intermediário importante ou mesmo necessário do projeto geral" [unificação das ciências].
[4]Tomo de empréstimo o vocabulário de Jullien (1996).

da matemática pelas *Regulae* e integrados à *mathesisuniversalis*, como parte constitutiva de seu método. Tais exemplos evidenciam a centralidade da teoria das proporções para o método universal. O princípio desse método se resume a percorrer as coisas que se pode conhecer, segundo a ordem das relações que elas mantêm entre si. Esse mesmo princípio conduz a *Geometria*, mas, nesse caso, formalizado pela teoria das proporções dos geômetras antigos. Aliás, como veremos adiante, tal característica permite-nos afirmar que Descartes jamais saiu do âmbito da geometria, ainda que tenha acrescentado inúmeras novidades ao uso da teoria das proporções. Assim, as matemáticas fornecem um conteúdo metodológico à *mathesisuniversalis*. Por outro lado, possuem, elas próprias, um conteúdo enquanto disciplinas.

No projeto geral, das *Regulae*, de uma ciência que reúne todas as ciências das quantidades, unificar e ordenar o domínio das matemáticas parece consistir em um objetivo intermediário. Isso porque, por serem claras e distintas, as noções das matemáticas constituem um campo mais fácil de aplicação do método universal. Por essa razão, o sucesso conseguido nesse primeiro passo em direção à ciência geral e unificada consiste em um forte argumento em favor da possibilidade de alcançar o objetivo mais geral. Entretanto, o que queremos e precisamos garantir, aqui, não é exatamente o sucesso desse passo intermediário, mas a sua inserção no projeto das *Regulae*. Afirmar que a matemática cartesiana, entendida como disciplina e desenvolvida na *Geometria*, está em consonância com o projeto da *mathesisuniversalis*, ainda que como um passo inicial e intermediário, significa afirmar que a ontologia dos objetos do conhecimento em geral que opera nas *Regualae* é aplicada aos objetos matemáticos.

No que diz respeito às demais ciências do mundo físico, a noção de matematização da natureza que se pode retirar das *Regulae* não deve ser entendida como uma simples duplicação matemática dos objetos físicos ou de suas propriedades. A inspiração matemática do método de Descartes exige que os objetos sejam organizados em certas séries e conhecidos uns pelos outros. O que se pode disso depreender pouco tem a ver com a natureza intrínseca de cada um dos membros da série tomados individualmente ou como espécies. Um modo alternativo de compreender o ideal mecanicista segundo o qual todos os mecanismos da natureza devem ser explicados em função do movimento e das qualidades geométricas da matéria é tomá-lo como um desdobramento da ontologia relacional das *Regulae*. A aplicação dos métodos matemáticos ao mundo físico não resultaria senão na explicitação das relações

entre os seus objetos e suas propriedades. Se tais relações são reais ou não, pouco ou nada pode se decidir a esse respeito com base apenas no método ou na matemática – a esse tipo de questões se dedica virtualmente a metafísica. O decisivo, entretanto, é que não se possa fazer de outro modo, se desejamos nos conduzir pelo método.

Diante da pluralidade de abordagens relativas à ontologia das *Regulae*, escolhemos uma alternativa que, embora distante de consistir em unanimidade entre oscomentadores, fornecerá um excelente parâmetro para o desenvolvimento da nossa questão principal, a saber, a da ontologia dos objetos matemáticos extraída dos textos de Isaac Newton. Trata-se da abordagem de Jean-Luc Marion, mais especificamente aquela desenvolvida em seu livro intitulado *Surl'ontologie grise de Descartes.* Tratamos anteriormente do deslocamento do centro de gravidade do conhecimento, que deixa o objeto para se instaurar no sujeito que conhece, ou seja, na razão. Esse deslocamento, operado pelas *Regulae*, gera consequências ontológicas importantes, tratadas exaustivamente por Marion. Segundo ele, as *Regulae* se desenvolvem em torno de um diálogo não declarado com a filosofia de Aristóteles, no qual Descartes teria abandonado a *ousía* (substância) aristotélica, substituindo-a pela relação estabelecida pela razão entre os objetos do conhecimento:

> Aristóteles constitui uma tal ciência por referência à *ousia*, Descartes, por referência à *humana universalisSapientia*. O que indica, talvez, que doravante o *ego* substitui a *ousia* enquanto termo último de referência e de constituição do corpo das ciências. E é sem dúvida por isso que se pressente desde agora que o estatuto do *ego* epistemológico só pode, nas *Regulae*, conquistar-se à custa da destruição total e sistemática do primado aristotélico da *ousia*, tanto como fundamento da coisa, como princípio da ciência. (Marion, 1975, p. 44)

A tese de Marion sustenta que a anterioridade atribuída por Aristóteles ao objeto, com relação ao saber do objeto – e, portanto, do particular com relação ao universal – é substituída, em Descartes, por uma anterioridade do universal: a primazia da sabedoria humana estabelecida pela Regra I. Por ser anterior às particularidades, essa sabedoria humana só pode dedicar-se a uma ciência universal que abarca a todas as outras e cujas características e critérios são aplicados indistintamente. O sujeito cognoscente torna-se, então, o princípio do saber e a instância capaz de decidir sobre o escopo e o método dessa ciência universal.

Quanto ao escopo, dado que o princípio foi transferido do objeto para o sujeito, o único critério possível é epistemológico. A certeza vai desempenhar esse papel como critério interno à própria ciência universal, ou seja, como critério que não pertence ao objeto. Diz a Regra II que "Toda ciência é um conhecimento certo e evidente" (Descartes, 1999, p. 5).

Assim, não pode haver uma modalidade epistemológica que contemple o incerto ou, até mesmo, o provável. Sendo o fundamento desse critério estabelecido no interior da ciência, qualquer falha, por minimamente duvidosa que seja, representa uma ameaça, pois, sendo que todos os objetos são externos ao critério, nenhum deles pode fornecer correção à ciência. Aquilo que não se apresenta ao espírito de maneira certa e evidente está definitivamente fora do escopo da ciência universal. Trata-se de um critério que exclui da ciência o que ela não pode conhecer com certeza, ignorando ou tomando como inexistente o que escapa ao critério de certeza.

Já quanto ao método, Descartes o resume na Regra VI:

> Todas as coisas podem ser distribuídas em certas séries, não por certo na medida em que as reportamos a algum gênero de ser, segundo a divisão que deles fizeram os Filósofos em suas categorias, mas na medida em que podem ser conhecidas umas pelas outras, de tal maneira que, cada vez que encontramos uma dificuldade, possamos de imediato perceber se é útil passar antes em revista algumas outras e quais delas e em que ordem. Para que se possa fazer isso como se deve, temos de notar em primeiro lugar que todas as coisas – do ponto de vista que pode torná-las úteis ao nosso desígnio, em que não consideramos suas naturezas isoladas, mas em que as comparamos entre si a fim de conhecê-las umas pelas outras – podem ser denominadas absolutas ou relativas (Descartes, 1999, p. 31).

Conhecer, portanto, é organizar as coisas em séries segundo a ordem e a medida, de modo que só é possível aplicar o método da ciência universal às coisas que se submetem a essa ordem e medida. Todo o resto pode ser ignorado. Ou seja, mesmo o método funciona como critério que, ao invés de acrescentar evidências à ciência, determina tudo o que deve sair de seu escopo: é um método restritivo. Pode-se perceber o diálogo inconfesso com Aristóteles, a que se refere Marion, quando Descartes afirma que as séries não consistem em gêneros de ser ou nas categorias dos Filósofos (substância, atributo, etc). Trata-se de considerar a relação que as coisas mantêm entre si e conhecê-las através dessa relação. Não é a própria natureza das coisas que se oferece para a comparação, mas a sua inteligibilidade, pois, para serem comparadas, o único elemento, externo ao sujeito cognoscente, que elas precisam ter em comum é a extensão. Sendo assim, a relação que se estabelece é estritamente de quantificação, visto que nenhuma outra particularidade essencial das coisas é considerada na relação. Por essa razão, a teoria das proporções exerce um papel importantíssimo na *mathesisuniversalis*, como dito acima. A questão que se põe, então, é a de saber de que modo a matemática cartesiana – cujo núcleo é, igualmente, a teoria das proporções – corresponde às exigências dessa ciência universal e organiza seus objetos segundo tais critérios.

Ao considerar a afirmação de Jullien de que a *Geometrie*, embora não realize completamente o projeto das *Regulae*, constitui um passo intermediário e, portanto, uma parte desse programa, aquilo que afirmamos a respeito dos objetos do conhecimento em geral será licitamente aplicado aos objetos da matemática cartesiana. Isso significa que, ainda que estejamos no âmbito dos objetos considerados pela geometria euclidiana, não há um comprometimento com a natureza de tais objetos. Na medida em que eles são devidamente submetidos à teoria das proporções, os objetos matemáticos são admitidos no escopo da ciência que deve, por sua vez, estabelecer as relações que eles mantêm entre si, não estando obrigada a afirmar nada a respeito da natureza desses objetos. Essa característica, própria de um critério epistemológico de admissão dos objetos, permite a Descartes uma grande liberdade na utilização do formalismo (Viète) presente na resolução dos problemas, como no exemplo do problema de Pappus, desenvolvido acima.

Desse modo, dada uma curva qualquer, a análise da equação atribuída a essa curva permitirá encontrar os elementos característicos da curva como a tangente, por exemplo. Em muitos casos, a construção da curva torna-se dispensável, ou ao menos secundária. Isso não descaracteriza a matemática da *Geometrie* como geométrica, no sentido estrito, pois os objetos permanecem geométricos. Entretanto, aquilo que o conhecimento matemático pretende atingir é a relação entre tais objetos, o que está totalmente preservado pela equação. É importante destacar que não se trata, aqui, de um instrumentalismo, strictu sensu. Embora o critério para a admissão de objetos ao conhecimento não esteja fundamentado nos próprios objetos, ele não é, tampouco, arbitrário. O critério de certeza não é universal apenas na medida em que se aplica a todas as ciências. Ele guarda, da mesma maneira, um caráter intersubjetivo, pois, contanto que o método seja seguido sem desvios, todo e qualquer ser dotado de razão alcançará o mesmo grau de certeza para as mesmas coisas consideradas.

Com os elementos reunidos até aqui, têm-se construído um parâmetro a partir do qual pode-se pensar a ontologia dos objetos matemáticos newtonianos, comparando a prática matemática de Newton com a de Descartes, com o propósito de extrair os elementos que caracterizam o modo como Newton entende a aplicabilidade da matemática ao mundo físico.

A matemática e a natureza nos *Principia* de Newton

O título dos *Principia*[5] nos indica uma referência explícita a Descartes ao categorizar como "matemáticos" os princípios da filosofia natural. Newton o faz com vistas a distinguir seu projeto da mecânica excessivamente qualitativa de Descartes. Do mesmo modo que a matemática cartesiana, entendida como disciplina, é construída na tentativa de guardar a coerência com o método, o sistema de mundo erguido por Descartes pretende-se coerentes com os princípios metafísicos estabelecidos por esse mesmo método. Se existe a exigência de que esse sistema seja matemático, tal exigência se refere à matemática como método e não como disciplina. Assim, a mecânica cartesiana não persegue o objetivo de ser quantitativa, demonstrativa, ou seja, sintética. Ao contrário, ela espelha-se no método da matemática – não no método de demonstração (sintético), mas no de descoberta (analítico) – e retira dos seus próprios princípios as leis do movimento e todas as demais explicações. Esses princípios, como dissemos acima, são metafísicos e não matemáticos.

Como exemplo, tomamos problemas relativos à determinação de forças centrípetas, abordados no Livro I dos*Principia*, em queNewton vai considerar termos diretamente relacionados à natureza, como "velocidade", "força" e "atração"; abstraindo-os, no entanto, de seus aspectos qualitativos e tratando-os quantitativamente. Tal tratamento é, obviamente, um tratamento matemático. Esse projeto opõe-se àquele pretendido por Descartes na medida em que Newton não precisa se comprometer com explicações metafísicas de tais termos[6].

A seção II do Livro I trata da determinação de forças centrípetas, considerando corpos que giram, descrevendo curvas que estão no mesmo plano de seus respectivos centros de força (imóveis). Newton começa tratando de curvas em geral, em seguida considera o movimento em circunferências para, finalmente, tratar da elipse. A seção III, desta forma, começa situando o centro de força em um dos focos da elipse descrita pelo movimento do corpo. Nesse ponto, então, Newton tem seus fundamentos matemáticos assentados para dedicar-se à questão das órbitas dos planetas.

A Proposição I, Teorema I, afirma que as áreas percorridas pelos raios (que ligam o corpo ao seu centro de força) são proporcionais aos tempos nos quais elas são descritas. Nas proposições seguintes, Newton trata da força centrípeta, em geral, sem considerar, ainda, a gravidade. É estabelecida, inclusive, a relação entre a força centrípeta e o quadrado da

[5]*Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*

[6]Porém, o Livro III não vai se beneficiar de tal isenção. Nele, Newton estabelece seu "sistema de mundo" e, portanto, se depara com a necessidade de explicar fisicamente (qualitativamente) os termos envolvidos.

distância a partir do centro[7]. Entretanto, trataremos não dos teoremas, mas dos problemas que se encontram a partir da Proposição V, visto que estes evidenciam melhor as opções matemáticas do autor.

O Problema I (Proposição V) é enunciado do seguinte modo:

> Tendo sido dada, em qualquer lugar, a velocidade com a qual um corpo descreve uma dada curva, quando está sob a ação de forças que tendem a algum centro comum, pede-se que seja encontrado esse centro. (Newton, 1999, p. 453).

A solução se desenvolve através de dois elementos principais: a associação de certos segmentos geométricos às velocidades e a construção geométrica a partir dos dados. Primeiramente, embora a solução seja aplicável a todas as cônicas, pois o problema supõe uma curva qualquer, Newton constrói essa solução utilizando-se de uma elipse, como exemplo. Tomando-se três pontos da curva (*P*, *Q* e *R*), são traçadas três linhas retas (tangentes) que tocam a figura nesses pontos: PT, TQV e VR, que se encontram em *T* e *V*. Em seguida, *PA*, *QB* e *RC* são traçadas perpendicularmente às tangentes e inversamente proporcionais às velocidades nos respectivos pontos. Dessa forma:

PA: QB :: velocidade em Q: velocidade em P,

Igualmente,

QB: RC:: velocidade em R: velocidade em Q.

Partindo das extremidades *A*, *B* e *C* das perpendiculares, devem ser traçadas *AD*, *DBE* e *EC*, em ângulos retos, encontrando-se em *D* e *E*. Tendo definido esses dois pontos, traçam-se duas retas (*TD* e *VE*) que se encontrarão no ponto *S*. Justamente esse ponto será o centro requerido.

Como vemos, trata-se de uma solução estritamente conduzida pela construção geométrica. O que a separa da geometria dos antigos é apenas, e tão somente, a proporção que se estabelece entre os segmentos e as velocidades do corpo nos pontos em questão. Entretanto, afirmar que Newton realizou um "retorno à geometria dos antigos" não significa supor que esse será o padrão de solução presente ao longo de toda a obra. A própria extrapolação da geometria para os casos de movimentos nascentes e evanescentes,

[7] Essa relação já havia sido enunciada por Halley e Hooke, anteriormente, no que diz respeito às órbitas dos planetas. Porém, antes de tratar das órbitas elípticas, Newton estabelece uma relação mais geral, aplicável às demais cônicas.

exemplificada no capítulo anterior, mostra que esse suposto retorno amplia o alcance do método, ainda que prescindindo dos recursos alcançados na etapa analítica. Assim, embora o que se chama de "retorno" não seja sinônimo de retrocesso, houve uma mudança significativa de abordagem que se evidencia pelas opções matemáticas de Newton. Com a finalidade de explicitar essa nova abordagem, consideremos os problemas que se seguem.

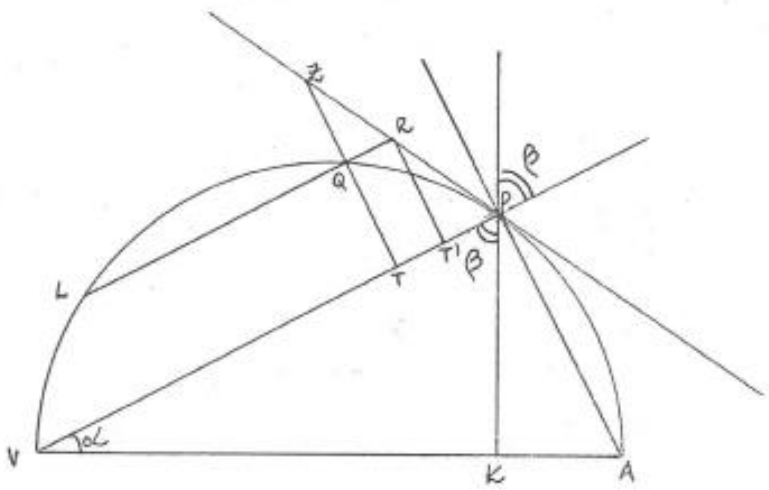


Figura 1 – Proposição VII, Problema II

O Problema II (Proposição VII) é o problema de encontrar a força centrípeta dirigida para um ponto qualquer, quando o corpo gira na circunferência de um círculo. Newton inicia assumindo que os triângulos *ZQR*, *ZTP* e *VPA* são semelhantes. A fim de tornar mais evidente o desenvolvimento, chamaremos de α os ângulos agudos desses triângulos. Traçando uma reta paralela ao segmento *QT* e partindo de *R*, marcamos o ponto *T'* no segmento *TP*.

Teremos, então, um novo triângulo *RPT'*, semelhante aos demais, cuja hipotenusa é *RP*, o cateto oposto a α é *PT'* e o cateto adjacente a α é *RT'*. Vale notar que *RT'*=*QT*. É estabelecida uma relação de proporcionalidade entre os triângulos *RPT'* e *VPA*, levando-se em conta suas hipotenusas e catetos:

$$RP^2 : QT^2 \left(= RT'^2\right) :: AV^2 : PV^2 \qquad (1)$$

Da mesma forma, outra relação de proporção é estabelecida, resultando em:

$$RP^2 = RL \times QR \qquad (2)$$

A fim de refazer a proporcionalidade que resultou em (2), supomos que o produto dos meios foi igualado ao produto dos extremos, e que RP figurava em ambos os lados da igualdade já que a operação resulta em RP^2. Assim, teríamos:

$$RL : RP :: RP : QR \qquad (2a)$$

Ou, o que leva ao mesmo resultado,

$$sen\alpha' = sen\alpha''$$
$$CO'/HIP' = CO''/HIP''$$
$$RL/RP = RP/QR \quad (2b)$$

Porém, quais os triângulos considerados em 2a e 2b?

Projetando-se o segmento *LR* em *PV* (partindo de P), obtemos *PL'=RL* e o triângulo *PRL'*, cuja hipotenusa é *L'P* (=*RL*) e o cateto oposto (sempre ao ângulo α) é *RP*. O segundo triângulo é *RPT'*. Podemos ver que *RQ=PT'* traçando-se uma corda que passe por *Q* e *T'* e que seja paralela à tangente no ponto *P*. Se *RP* é paralela a *PT'*, então,

$$PT'=RQ$$

Assim, considerando o triângulo *RPT'*, seu cateto oposto é *PT'* (=*RQ*) e sua hipotenusa é *RP*. Se *PRL'* e *RPT'* são semelhantes, os seus ângulos α são iguais:

$$\alpha' = \alpha''$$
$$sen\alpha' = sen\alpha''$$
$$CO'/HIP' = CO''/HIP''$$
$$RP/RL=PQ/PR$$
$$RP^2 = RL.RQ \qquad (2)$$

O valor de RP^2, encontrado em (2), pode ser substituído em (1), gerando:

$$RL \times QR : QT^2 = AV^2 : PV^2$$
$$QT^2 \times AV^2 = RL \times QR \times PV^2$$

$$\boldsymbol{QT^2 = RL \times QR \times PV^2/AV^2}(3)$$

Quando *P* e *Q* coincidem, *PV*=*RL*. Substituindo *RL* por *PV*:

$$QT^2 = PV \times QR \times PV^2/AV^2$$

Multiplicando ambos os lados por SP^2/QR:

$$QT^2 \times SP^2/QR = PV \times QR \times PV^2 \times SP^2/AV^2 \times QR$$

$$\boldsymbol{PV^3 \times SP^2/AV^2 = QT^2 \times SP^2/QR} \quad (4)$$

Pela Proposição VI, Corolários I e V, a força é inversamente como $QT^2 \times SP^2/QR$. Então, ela será também inversamente como$PV^3 \times SP^2/AV^2$. Porém, como AV^2 é dado, a força será inversamente como $SP^2 \times PV^3$.

Newton apresenta, ainda, uma segunda maneira de resolver o mesmo problema. Traçando-se SY perpendicular à tangente, obtêm-se os triângulos semelhantes *SYP* e *VPA*. Assim,

$$AV : PV :: SP : SY$$

Portanto,

$$AV \times SY = PV \times SP$$

$$\boldsymbol{SY = SP \times PV/AV} \quad (5)$$

Elevando todos os membros de (5) ao quadrado e multiplicando os dois lados da igualdade por PV, teremos:

$$SP^2 \times PV^2 \times PV/AV^2 = SY^2 \times PV$$

$$SP^2 \times PV^3/AV^2 = SY^2 \times PV$$

Pela Proposição VI, a força será inversamente como $SP^2 \times PV^3$, já que AV é dado.

O problema seguinte – Proposição VIII, Problema III – é semelhante ao anterior, diferindo-se apenas por considerar um centro de força remoto, de modo que a linha que une o ponto da posição inicial do corpo ao centro de força pode ser considerada, para efeitos de cálculo, paralela à linha que une o ponto da posição final do corpo ao centro de força.

Newton parte da semelhança entre os triângulos retângulos *CPM*, *PZT* e *RZQ*, cujos ângulos agudos nomearemos por α. Então, estabelece a seguinte proporção:

$$CP^2 : PM^2 :: PR^2 : QT^2 \quad (6)$$

No caso do triângulo *CPM*, está claro que a proporção tomada é entre a hipotenusa e o cateto adjacente a α. Entretanto, para mostrar a segunda proporção, é preciso marcar um outro ponto que chamaremos de *T'*, encontrando o triângulo *PRT'*. Já que *RT'* é igual a*QT*, então *RP*(hipotenusa) é proporcional a *RT'* (cateto adjacente), de onde se conclui (6). A igualdade $PR^2 = QR(RN + QN)$ foi retirada de uma proporção semelhante.

Traçando uma corda paralela à tangente e que passa pelo ponto *Q*, ela marcará a linha *PM* em *T'*. Retomando o triângulo *PRT'*, podemos afirmar que $PT' = RQ$, visto que são retas paralelas (assim como as duas retas que complementariam o paralelogramo *QRPT'*). Portanto, o cateto oposto a α (*PT'*), no triângulo *PRT'* é igual a*QR* e proporcional à hipotenusa *PR*.

O segundo triângulo é menos óbvio, mas sabemos que será uma proporção entre a hipotenusa e o cateto oposto, assim como o primeiro. Sabemos, ainda, que o segmento *PR* será repetido na segunda proporção, já que aparece ao quadrado na igualdade. Por hora, supomos que se no primeiro triângulo *QR* é o cateto oposto e *PR* é a hipotenusa, então, *PR* deve ser o cateto oposto do segundo triângulo e a hipotenusa permanece desconhecida. A proporção poderia ser assim representada:

$$QR : PR :: PR : hip.$$

Considerando que o raio *CP* forma com a tangente um ângulo reto no ponto *P*, ao ligarmos os pontos *C* e *R*, obteremos o triângulo *PCR*, semelhante aos demais. Nesse triângulo, o cateto oposto é igual ao segmento *RF*. Notemos, porém, que *FN=QN* e, portanto,

$$RF = FN + NQ + QR$$

ou,

$$RF = RN + QN.$$

Completando a proporção, teremos:

$$QR : PR :: PR : (RN + QN)$$

Multiplicando os meios e igualando ao produto dos extremos, chegamos a:

$$PR^2 = QR(RN + QN) \quad (7)$$

Quando os pontos *P* e *Q* coincidirem, *RN+QN* será igual a *2PM*, já que desaparecerá o segmento *QR*. Nesse caso, têm-se:

$$PR^2 = QR \times 2PM \quad (8)$$

Substituindo em (6) o valor encontrado para PR^2 em (8), obteremos:

$$CP^2 : PM^2 :: QR \times 2PM : QT^2,$$

o que resulta em:

$$QT^2/QR = 2PM^3/CP^2 \quad (9).$$

Por fim, multiplicando-se os dois lados da igualdade de (9) por SP^2,

$$QT^2 \times SP^2/QR = 2PM^3 \times SP^2/CP^2 \quad (10)$$

Pelos Corolários I e V da Proposição VI, sabemos que a força centrípeta é inversamente como $QT^2 \times SP^2/QR$. Portanto, por (10), ela será inversamente como $2PM^3 \times SP^2/CP^2$. Já que SP e CP são, respectivamente, as distâncias entre o centro de força e o corpo e o centro da circunferência e o corpo, ou seja, são valores dados, Newton despreza a razão $2SP^2/CP^2$. Assim, a força será inversamente como PM^3, solucionando o problema.

No Escólio a essa Proposição, Newton afirma que essa solução é válida não apenas para a circunferência, mas, igualmente, para a hipérbole, a parábola e a elipse.

Matemáticas diferentes, projetos diferentes de aplicabilidade à natureza

A consideração pormenorizada dos passos demonstrativos, utilizados por Newton na solução dos problemas que selecionamos como exemplo, nos permite observar o processo de abstração dos termos originalmente situados no âmbito da natureza. Ao identificar, por exemplo, a velocidade a um segmento, a fim de colocá-la em proporção com outros termos, Newton não está se comprometendo com a descrição qualitativa da velocidade em termos físicos. Notemos que, no caso dos problemas de determinar a força centrípeta, Newton estabelece como resposta final uma sentença que afirma: "a força centrípeta é inversamente como...". Ou seja, a força centrípeta estabelece com esse valor – que, na realidade, é uma combinação de segmentos ou outros elementos da curva – uma relação inversa de proporcionalidade. O percurso que conduz a essa relação inclui, necessariamente, a construção da figura que descreve o movimento e seus elementos característicos, como tangente da curva, corda, segmentos paralelos aos primeiros e, frequentemente, a construção de triângulos semelhantes que comportem tais elementos característicos. A novidade, com relação à geometria dos antigos, é que os segmentos e elementos característicos estão associados a quantidades físicas e, através da relação geométrica que eles mantém entre si, relacionam também essas quantidades físicas.

Ainda que tratadas matematicamente, as grandezas consideradas nos problemas são grandezas físicas. Trata-se de analisar os casos particulares dos fenômenos a serem demonstrados, o que permite abrir mão da generalidade alcançada pela análise[8], em proveito de um desenvolvimento fundamentado na construção geométrica que descreve o movimento considerado. Esses problemas, no caso dos exemplos do Livro I, caminham na direção de um objetivo comum, a saber, o de demostrar as leis que regem o movimento dos planetas em suas órbitas. Algumas dessas leis, como a do quadrado das distâncias, já haviam sido enunciadas anteriormente. Então, o que está em jogo é a prova, a demonstração dessas leis e, para tanto, recorre-se, naturalmente, à abordagem sintética.

Desse modo, são estabelecidos dois projetos diferentes de aplicabilidade da matemática à natureza. Enquanto que o projeto cartesiano é, essencialmente, metodológico, Newton utiliza a matemática como recurso para demonstrar as relações que as grandezas físicas guardam entre si. Por isso mesmo, o que se exige no projeto cartesiano é apenas que o estudo da natureza, assim como qualquer outra área do conhecimento, espelhe-se no "verdadeiro método matemático" (a análise, como entendida por Descartes) e, aplicando fielmente o método, extraia as relações que seus objetos guardam entre si. Tais relações são fundamentadas pelos procedimentos da razão, como vimos anteriormente. Newton, por outro lado, não está em busca de um método matemático de descoberta, mas pressupõe que a matemática pode ser aplicada ao mundo físico, com o objetivo de provar as leis da mecânica que, direta ou indiretamente, são formuladas a partir da experiência. Não há, ao menos no texto dos *Principia*, uma tentativa de justificar a correspondência entre a matemática e os fenômenos da mecânica. Entretanto, o encaminhamento dado aos problemas evidencia a confiança de que tal correspondência é válida. Então, a diferença estabelecida por Descartes entre a matemática como modelo metodológico e a matemática como disciplina acaba sendo extremamente útil para diferenciar esses dois modelos de aplicabilidade da matemática à natureza.

[8]Refere-se, aqui, à matemática que deriva do método cartesiano. Essa matemática é prioritariamente analítica, na medida em que está relacionada a um método de descoberta. Ao contrário, a matemática utilizada nos Principia de Newton pretende provar certas relações entre grandezas físicas e, por se destinar à prova, é uma matemática sintética.

REFERÊNCIAS

ARTHUR, R. T. W. Newton's fluxions and equably flowing time.**Studies in History and Philosophy of Science**. v. 26, n. 2, 340-356, 1995.

BATTISTI, C. A. **O método de Análise em Descartes**: da resolução de problemas à constituição do sistema do conhecimento.Cascavel: Edunioeste, 2002.

COHEN, I. B. Introduction to Newton's Principia. In:NEWTON, I. **The Principia:** Mathematical Principles of Natural Philosophy. Tradução I. B. Cohen e A. Whitman. Berkeley: University of California Press, 1999 [1687].

DESCARTES, R. **The Geometry of René Descartes**.Tradução D. Smith e M. Lathan, M. New York: Dover Publications. 1954 [1637].

DESCARTES, R**. Regras para a Orientação do Espírito**. Tradução Maria E. Galvão. São Paulo: Martins Fontes, 1999[1628].

DESCARTES, R. **Princípios da Filosofia**. Tradução João Gama. Lisboa: Edições 70. 1985.

GARBER, D. **Descartes' Metaphysical Physics**. Chicago and London: The University of Chicago Press, 1992.

GUICCIARDINI, N. **Reading the Principia**: The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

MANCOSU, P. **Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century.**Oxford: Oxford University Press, 1999.

MARION, Jean-Luc**. Sobre a Ontologia Cinzenta de Descartes**. Tradução Armando Pereira de Silva e Teresa Cardoso. Lisboa: Instituto Piaget, 1975.

NEWTON, I. **Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World.**Trandução, revisão e notas FlorianCajori. Berkeley :UniversityofCalifornia Press. 1934 [1687], 2v.

NEWTON, I.**The Principia:** Mathematical Principles of Natural Philosophy. Tradução, introdução e notas I. B. Cohen e A. Whitman. Berkeley: UniversityofCalifornia Press, 1999 [1687].

VINCENT, J. **Descarte la Géométrie de 1637**. Paris: Presses Universitaires de France, 1996.

VUILLEMIN, J. **Mathématiques et Métaphysique chez Descartes**. Paris: Presses Universitaires de France, 1987.